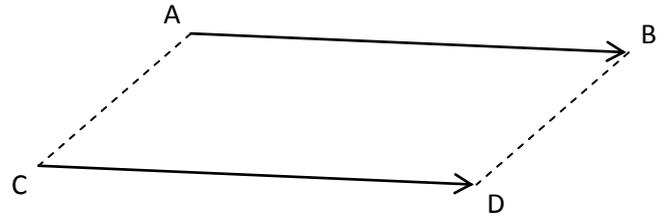


**I. TRANSLATION - ÉGALITE VECTORIELLE.****a.**

B est l'image de A par la translation qui transforme C en D revient à dire que ABDC est un parallélogramme.

**b. Écriture vectorielle d'une translation :**

Concrètement, cela signifie que « le trajet qui va de A à B est exactement le même que celui qui va de C à D ». Ces deux trajets ont :

- La même **direction** (Car les droites (AB) et (CD) sont parallèles).
- Le même **sens** (de A vers B, de C vers D).
- La même **longueur** (car  $AB = CD$ ).

On dit que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont **égaux** et on note  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

**Remarque :**

Dans le parallélogramme ABCD, on peut aussi écrire les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$$

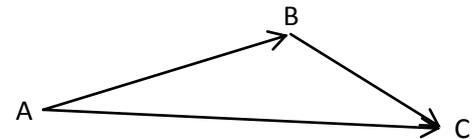
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$$

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$$

**II. SOMME DE DEUX VECTEURS.****a. Composée de deux translations :**

A a pour image B par une translation, de vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

B a pour image C par une translation, de vecteur  $\overrightarrow{BC}$ .



La composée de ces deux translations est la translation qui transforme directement A en C, de vecteur  $\overrightarrow{AC}$ .

On note :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Cette égalité s'appelle la **Relation de Chasles**. Elle permet de transformer une somme de deux vecteurs en un seul vecteur, et réciproquement.

**b. Vecteur nul :**

Le **vecteur nul**, noté  $\vec{0}$  est le vecteur  $\overrightarrow{AA}$ ,  $\overrightarrow{BB}$ , ...

D'après la relation de Chasles, pour tout vecteur  $\overrightarrow{AB}$ , on a :  $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$ .

**c. Opposé d'un vecteur :**

On dit que le vecteur  $\overrightarrow{BA}$  est **l'opposé** du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

En effet, d'après la relation de Chasles :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

**d. Notation particulière (exemple) :**

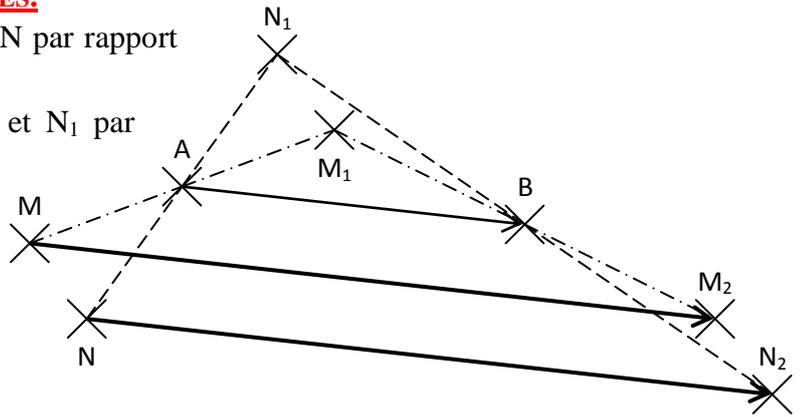
Par commodité, on note parfois  $2\overrightarrow{AB}$  à la place de la somme  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$ .

**III. COMPOSITION DE DEUX SYMETRIES CENTRALES.**

$M_1$  et  $N_1$  sont les symétriques respectifs de  $M$  et  $N$  par rapport à  $A$ .

$M_2$  et  $N_2$  sont les symétriques respectifs de  $M_1$  et  $N_1$  par rapport à  $B$ .

Alors, les points  $M_2$  et  $N_2$  sont les symétriques respectifs de  $M$  et  $N$  par la composée des deux symétries centrales précédentes.

**Remarque :**

On dirait bien que  $\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{NN_2} = 2 \overrightarrow{AB}$

En effet, cette composition de deux symétries de centres  $A$  puis  $B$  revient en fait à une translation de vecteur  $2 \overrightarrow{AB}$ .

**IV. Caractérisation d'une égalité vectorielle.****a. Parallélogramme :**

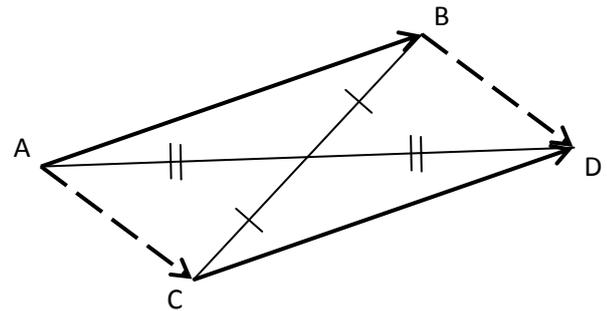
Dans la mesure où l'égalité  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  revient à dire que  $ABDC$  est un parallélogramme, on peut écrire les propositions suivantes :

**Si  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ,**

**ALORS les segments  $[AD]$  et  $[BC]$  ont le même milieu.**

**Si les segments  $[AD]$  et  $[BC]$  ont le même milieu,**

**ALORS on a  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  et  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ .**

**b. Milieu d'un segment :**

**Si  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ , ALORS  $B$  est le milieu du segment  $[AC]$ .**

**Si  $B$  est le milieu du segment  $[AC]$ , ALORS  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ .**

